

## 带状束矩形栅毫米波行波管的研究

宫玉彬, 路志刚, 王冠军, 魏彦玉, 黄民智, 王文祥

(电子科技大学 物理电子学院, 四川 成都 610054)

**摘要:**为了克服单模近似法(SMA)在分析矩形栅慢波系统高频特性的局限性,用“本征函数法”得到了其色散特性,进而求得耦合阻抗.并针对矩形栅的两种典型结构(浅槽栅和深槽栅)进行数值计算,分析了金属栅的几何尺寸对系统高频特性的影响.设计出3cm,8mm波段的矩形栅模型,进行实验测量,实验值与理论值符合良好.导出了考虑电子注时的“热”色散方程,得到其小信号增益,讨论了电子注参数和慢波电路几何尺寸对小信号增益的影响,为矩形栅慢波系统行波管的设计提供了理论基础.

**关键词:**行波管;矩形栅;本征函数法;带状束;线性理论

**中图分类号:**TN124 **文献标识码:**A

## STUDY ON mm-WAVE RECTANGULAR GRATING TRAVELING WAVE TUBE WITH SHEET-BEAM

GONG Yu-Bin, LU Zhi-Gang, WANG Guan-Jun, WEI Yan-Yu,  
HUANG Min-Zhi, WANG Wen-Xiang

(College of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:**In order to overcome the limit of single-mode approximation (SMA), the dispersion relation was obtained by eigen-function method. The coupling impedance was subsequently derived from the relevant equations. A lot of numerical computations and analysis were done for two typical structures of rectangular waveguide grating: the shallow grating and the deep grating. And the effects of the geometrical dimensions of the grating on high frequency characteristics of system were analyzed. Rectangular gratings models at 3cm band and 8mm band were designed and measured, The experimental values match theoretical values very well. According to linear theory, the “hot” dispersion equations were deduced, and the small-signal gain was achieved. The influences of the radius and current of the electron beam, the acceleration voltage and the geometrical dimensions of the slow-wave structure on the small signal gain were discussed. The results presented in this study provide theoretical basis on designing the rectangular grating traveling wave tube.

**Key words:**traveling wave tube; rectangular grating; eigen-function method; sheet-beam; linear theory

### 引言

随着雷达和电子对抗对微波功率、带宽以及高工作频率的要求<sup>[1]</sup>,带状束矩形栅行波管成为当今研究的热点.尤其是矩形栅慢波系统,作为一种经典的电磁慢波结构被大量的微波电子系统所采用<sup>[2]</sup>,其优点是结构紧凑,加工精度极高,和带状束电子注相互作用,在高频率(100GHz~300GHz)和小尺寸的情形下可产生几百千瓦的微波功率.国外学者就矩形栅的色散特性和场分布进行了分析,相继提出了“单模近似法(SMA)”、“奇异积分法(SIE)”等,在

此基础上,本文运用“本征函数”法<sup>[3]</sup>(将槽区内的场表示为无限驻波之和),从新推导了它的色散关系,导出了耦合阻抗和“热”色散方程,并进行了实验研究,与理论吻合良好.

### 1 色散关系

图1所示为矩形栅慢波结构示意图,其中矩形波导高为 $D$ ,宽为 $w$ ,栅周期为 $p$ ,槽深为 $h$ ,槽宽为 $d$ .这种结构所支持的慢波模为相对于 $y$ 方向的横电模 $TE_y$ 模,此系混合模<sup>[4,5]</sup>.假设场对时间的依赖关系为 $\exp(j\omega t)$ ,在推导过程中,为简化起便,省略这

收稿日期:2005-10-10,修回日期:2006-02-15

Received date: 2005-10-10, revised date: 2006-02-15

基金项目:国家自然科学基金(60532010);教育部新世纪优秀人才支持项目资助;霍英东高校青年教师研究基金(91063),四川省青年基金(03QZ026-58)

作者简介:宫玉彬,(1967-),男,山东济南人,电子科技大学教授,博士,主要从事微波管方面的研究.

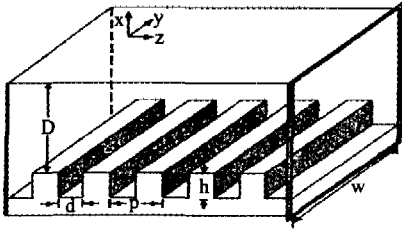


图1 矩形栅慢波结构示意图  
Fig.1 Rectangular grating slow-wave structure

个因子. 对于  $TE_y$  模, 关于  $H_y$  的波动方程可写为:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) H_y(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

其中,  $k_0 = \omega/c$  为自由空间波数,  $c$  为真空中的光速.

在一区, 即传输区 ( $0 < x < D, 0 < y < W, 0 < z < P$ ) 中, 利用几何结构的周期性和纵向场分量法, 得:

$$H_y^I(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \cosh[v_n^I(D-x)] \sin(k_n y) \exp(-jk_n^I z) \quad (2)$$

$$E_z^I(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{h^2} A_n v_n^I \sinh[v_n^I(D-x)] \sin(k_n y) \exp(-jk_n^I z) \quad (3)$$

$$(v_n^I)^2 = (k_n^I)^2 - h^2, \quad k_n^I = k_x^I + n \left( \frac{2\pi}{p} \right) \quad (4)$$

$$k_y = \frac{l\pi}{w}, \quad l=1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

在二区, 即槽区 ( $-h < x < 0, 0 < y < w, 0 < z < d$ ) 中, 场可表为一无限本征驻波之和的形式<sup>[3]</sup>:

$$H_y^II(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} B_m \cosh[v_m^II(x+h)] \sin(k_m y) \cos(k_m^II z) \quad (5)$$

$$E_z^II(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{h^2} B_m v_m^II \sinh[v_m^II(x+h)] \sin(k_m y) \cos(k_m^II z) \quad (6)$$

$$(v_m^II)^2 = (m\pi/d)^2 - h^2 \quad (7)$$

在一区、二区的交界面上, 电场和磁场的切向连续性条件为:

$$E_z^I(0, y, z) = \begin{cases} E_z^II(0, y, z) & 0 \leq z \leq d \\ 0 & d < z \leq p \end{cases} \quad (8)$$

$$H_y^I(0, y, z) = H_y^II(0, y, z), \quad 0 \leq z \leq d \quad (9)$$

联立式(2)、(3)、(5)、(6)、(8)和(9), 得到:

$$\sum_{n'=-\infty}^{+\infty} A_{n'} X_{n, n'} = A_n Y_n, \quad n \in Z \quad (10)$$

$$X_{n, n'} = \frac{2}{d} \sum_{m=0}^{+\infty} v_m^II \cosh(v_n^I D) \tanh(v_m^II h) \frac{R(-k_n^I, k_m^II, d) R(k_n^I, k_m^II, d)}{(1 + \delta_{m0})} \quad (11)$$

$$Y_n = v_n^I \sinh(v_n^I D) p \quad (12)$$

对于式(11)这一线性系统, 考虑其本征值问题, 它的系数行列式等于零, 即对于任一给定的轴向传播常数  $k_n^I$ , 可得其对应频率  $\omega$ , 从而得到色散关系  $\omega = \omega(k_n^I)$ .

## 2 耦合阻抗

对于矩形栅慢波系统, 其第  $n$  次空间谐波所对应的耦合阻抗表示为:

$$K_n = \frac{E_{zn}^2}{2k_{zn}^2 P} \quad (13)$$

其中,  $E_{zn}$  和  $R_n$  分别为第  $n$  次空间谐波对应的轴向场和相位系数,  $P$  为功率流, 表示为:

$$P = P^I + P^II = \frac{1}{2} \iint E_x^I \cdot H_y^{I*} dx dy + \frac{1}{2} \iint E_z^II \cdot H_y^{II*} dx dy \quad (14)$$

由色散关系  $\omega = \omega(k)$ , 可求得场解各分量的值, 将所得值代入式(14), 即可知慢波系统第  $n$  次空间谐波的耦合阻抗.

## 3 “热”色散方程

引入电子注的矩形栅慢波结构如图2所示, 其中, 矩形波导高为  $D$ , 宽为  $w$ , 金属栅周期为  $p$ , 槽深度为  $h$ , 槽宽度为  $d$ , 并建立如图所示的坐标系, 在  $x=r$  处引入厚度为  $t$  的薄片状电子注, 其电流密度为  $J$ . 并假定电子注被无限大的轴向磁场所限制, 电子注只有纵向( $z$ 方向)运动, 而无横向运动.

写出各区域的场表达式, 并利用各个区域交界处场的边界条件及连续性条件, 可导出“热”色散方程. I区、II区和IV区的场表达式和边值条件与“冷”散类似, 这里不在重复. 着重给出III区, 即电子注区 ( $r < x < r+t, 0 < y < w, 0 < z < p$ ) 的场及电子注边缘处的连续性条件:

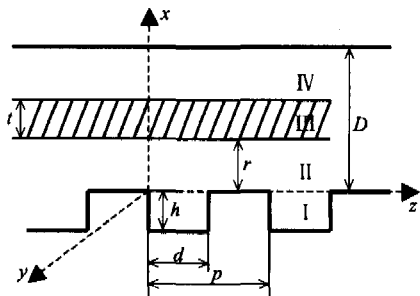


图2 有电子注时的矩形栅慢波结构示意图  
Fig.2 Rectangular grating slow-wave structure with electron beam

$$H_y^2(x, y, z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} [A_n^3 \sinh(v_n x) + B_n^3 \cosh(v_n x)] \sin(k_y y) \exp(-jk_n z), \quad (15)$$

$$E_z^3(x, y, z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{h_m^2} v_m [A_n^3 \cosh(v_n x) + B_n^3 \sinh(v_n x)] \sin(k_y y) \exp(-jk_n z), \quad (16)$$

$$H_y^4 = H_y^3, \quad E_z^4 = E_z^3 \quad (\text{在 } x = r + t \text{ 处}), \quad (17)$$

$$H_y^3 = H_y^2, \quad E_z^3 = E_z^2 \quad (\text{在 } x = r \text{ 处}), \quad (18)$$

$$\text{其中 } (v_m)^2 = \frac{(k_0^2 \varepsilon_m - k_y^2)}{h^2} (v_n)^2, \quad (h_m)^2 = k_0^2 \varepsilon_m - k_y^2,$$

$\varepsilon_m = 1 - \omega_{pe}^2 / (\omega - k_n v_0)^2$  为电子注的相对介电常数,  $\omega_{pe} = \sqrt{\rho_0 e / \varepsilon_0 / m_e}$  为电子的等离子体频率,  $\rho_0 = J / v_0$  为电子电荷密度,  $v_0 = \sqrt{2eV_b / m_e}$  为电子速度,  $J$  为电流密度的直流分量,  $V_b$  为电子注的电压,  $\varepsilon_0$  为真空中的介电常数,  $e, m$  分别为电子电荷和电子静质量.

利用以上各区域的边界匹配条件,可以得到考虑电子注影响的矩形栅慢波结构的“热”色散方程:

$$|X_{n,n'} - \delta_{nn'} Y_n| = 0, \quad n, n' \in Z, \quad (19)$$

其中,

$$X_{n,n'} = \frac{2}{s} N_{n'} \sum_{m=0}^{+\infty} v_m \tanh(v_m h) \frac{R(-k_{n'}, k_m, d) R(k_n, k_m, d)}{(1 + \delta_{m0})}, \quad (20)$$

$$Y_n = M_n p, \quad (21)$$

$$N_{n'} = \frac{1}{h_{n'}^2 v_{n'}} \{ h_{m'}^2 v_{n'} \cosh(v_{n'} r) \} [ -O_{n'} \sinh(v_{n'} r) + P_{n'} \cosh(v_{n'} r) ] - h^2 v_{n'} \sinh(v_{n'} r) [ -O_{n'} \cosh(v_{n'} r) + P_{n'} \sinh(v_{n'} r) ], \quad (22)$$

$$M_n = \frac{1}{h_m^2 v_n} \{ h^2 v_m \cosh(v_n r) \} [ -O_n \cosh(v_m r) + P_n \sinh(v_m r) ] - h_m^2 v_n \sinh(v_n r) [ -O_n \sinh(v_m r) + P_n \cosh(v_m r) ], \quad (23)$$

$$O_n = \frac{1}{h^2 v_m} \{ h_m^2 v_n \sinh[v_n(D-r-t)] \cosh[v_m(r+t)] + h^2 v_m \cosh[v_n(D-r-t)] \sinh[v_m(r+t)] \}, \quad (24)$$

$$P_n = \frac{1}{h^2 v_m} \{ h_m^2 v_n \sinh[v_n(D-r-t)] \sinh[v_m(r+t)] + h^2 v_m \cosh[v_n(D-r-t)] \cosh[v_m(r+t)] \}. \quad (25)$$

当电子注的厚度  $t$  趋近于 0 时,

$$X_{n,n'} = \frac{2}{s} \sum_{m=0}^{+\infty} v_m \cosh(v_n D) \tanh(v_m h)$$

$$\frac{R(-k_{n'}, k_m, d) R(k_n, k_m, d)}{(1 + \delta_{m0})}, \quad (26)$$

$$Y_n = v_n \sinh(v_n D) p, \quad (27)$$

与冷色散方程(12)相一致,从而证明“热”色散方程理论推导的正确性.

## 4 ‘冷’系统的数值计算与实验研究

### 4.1 数值计算

在进行数值计算时,需将(10)、(11)两式中的无限求和做截取,分别取  $n' = \pm N, m = M$ ,则得到一个  $2N+1$  元的线性方程组.考虑两类典型的矩形栅慢波系统:浅槽栅和深槽栅.对于浅槽栅,其结构尺寸为:  $p = 3.556, h = 1.558, d = 1.778, w = 15.799, D = 5.08$ , 单位: mm. 基模的色散关系及耦合阻抗分别如图 3、图 4 所示.对于深槽栅,其结构尺寸为:  $p = 0.889, h = 6.604, d = 0.445, w = 15.799, D = 5.08$ , 单位: mm. 其基模的色散关系及耦合阻抗分别如图 5、图 6 所示:

无论浅槽栅还是深槽栅,其计算结果同参考文献[4]、[5]、[6]相比较,都有极好的符合关系,取得了令人满意的结果.

分析矩形栅结构的几何尺寸对慢波系统高频特性的影响.改变槽深  $h$ ,对系统色散关系及耦合阻抗的影响如图 7、图 8 所示.由图可见,保持栅周期  $p$

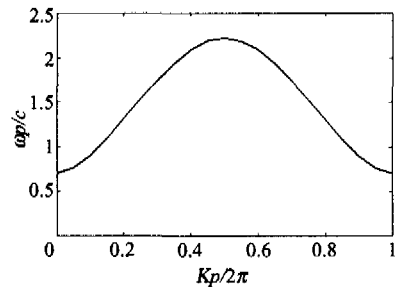


图 3 浅槽栅的色散曲线

Fig. 3 Dispersion curve of the shallow-groove grating

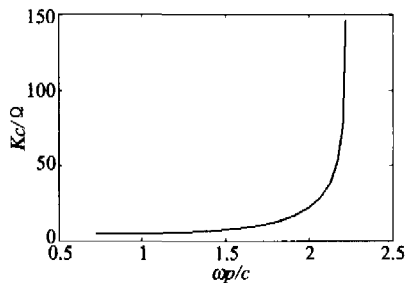


图 4 浅槽栅的耦合阻抗

Fig. 4 Coupling impedance of the shallow-groove grating

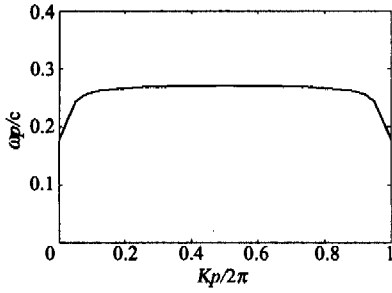


图5 深槽栅的色散曲线  
Fig. 5 Dispersion curve of the deep-groove grating

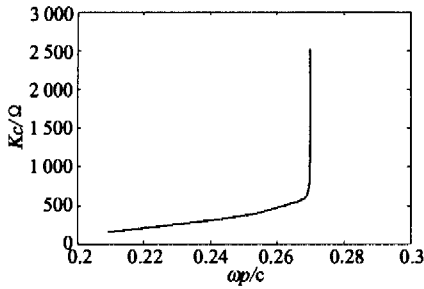


图6 深槽栅的耦合阻抗  
Fig. 6 Coupling impedance of the deep-groove grating

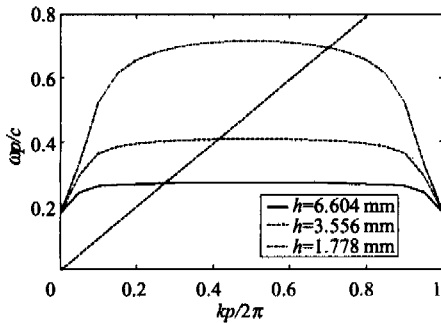


图7 不同槽深对色散关系的影响  
Fig. 7 The influences of groove-depth on the dispersion

不变,增大槽深  $h$ ,色散曲线会变平变低,即色散增强,工作带宽变窄.此时色散曲线与电子注线的交点会趋向更小的  $kp$  值,即在前向波区.同时基模的耦合阻抗有明显的增大.

改变金属栅周期  $p$ ,对系统色散关系及耦合阻抗的影响如图9、图10所示.由图可见,保持槽深  $h$  不变,减小栅周期  $p$ ,色散曲线也会趋向更小的  $\omega p/c$  值,但并未明显影响色散强弱,工作带宽不变.同时耦合阻抗基本保持不变.

由以上分析可知:欲使矩形栅放大器工作在前向波区,需要使用短周期、深槽的金属栅.

#### 4.2 实验验证

由“冷”色散计算结果,设计出3cm、8mm波段

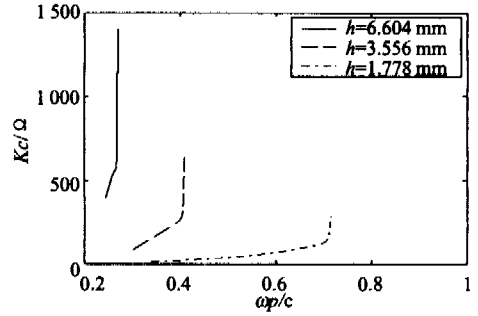


图8 不同槽深对耦合阻抗的影响  
Fig. 8 The influences of groove-depth on the coupling impedance

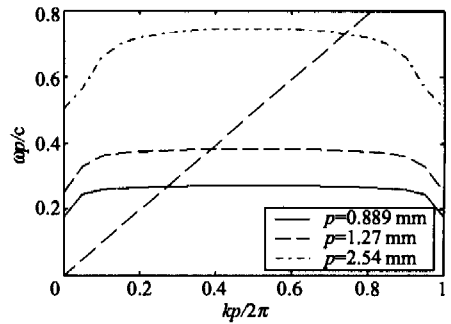


图9 不同栅周期对色散关系的影响  
Fig. 9 The influences of grating-period on the dispersion

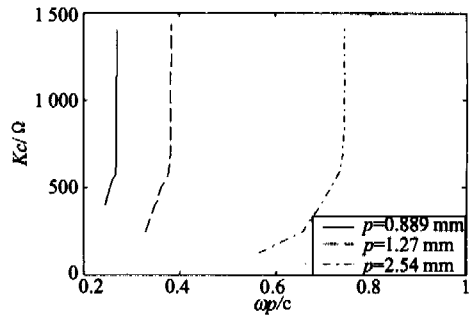


图10 不同栅周期对耦合阻抗的影响  
Fig. 10 The influences of grating-period on the coupling impedance

的矩形栅慢波结构,并据此加工成相应的冷测模型.根据实验数据绘制出如图11、图12所示的色散曲线,并同理论值进行了比较.得到理论曲线与实验曲线符合是良好的,理论曲线基本上反映了所研究系统的色散特性.

### 5 小信号增益的数值计算

#### 5.1 小信号增益

热色散方程是包含电子注参量  $J, V_b$ ,且关于  $\omega, k_z$  的复数超越方程,通过用牛顿下山法求解  $k_z$  的复

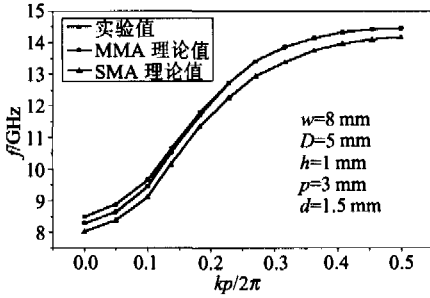


图 11 3cm 模型色散特性实验与理论值的比较  
Fig. 11 The comparison between theory and experiment of the 3 cm model

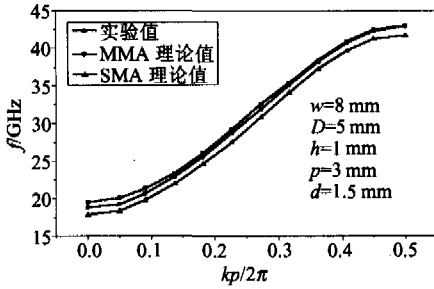


图 12 8mm 模型色散特性实验与理论值的比较  
Fig. 12 The comparison between theory and experiment of the 8 mm model

数解, 就可以求得矩形栅行波管的归一化线性空间增长率  $ki = \text{Im}(k_z p / 2\pi)$ .

给出一个矩形栅行波管的实例, 其工作在前向波区. 各项参数为:  $w = 15.8$ 、 $D = 7.9$ 、 $h = 6.6$ 、 $p = 0.889$ 、 $d = 0.455$ , 单位: mm. 图 13 给出了加载薄片状电子注的矩形栅行波管的归一化线性空间增长率特性曲线. 其增长率最大值可达 0.0069, 每周期的微小信号增益的最大值可达 0.38dB, 可见其增益较高.

5.2 电子注参数对小信号增益的影响

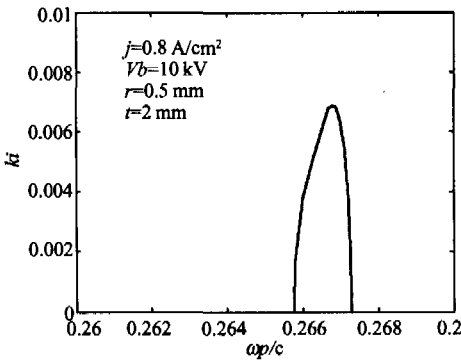


图 13 归一化线性空间增长率随频率的变化  
Fig. 13 The variation of normalized linear space growth rate with frequency

电子注电压、电流密度和位置参数的变化将对行波管内注-波相互作用产生重要的影响, 从图 14 到图 17 分别给出了不同电子注电压、电流密度、注栅分隔距离和电子注厚度对归一化线性空间增长率的影响. 从图 14 可知, 在某一频率下, 存在一最佳电子注电压, 使得归一化线性空间增长率达到最大;

从图 15 知, 归一化线性空间增长率随电流密度的增大而增大, 原因是随电流密度的增大, 参与注-波相互作用的电子的数目增加, 使得注-波相互作用增

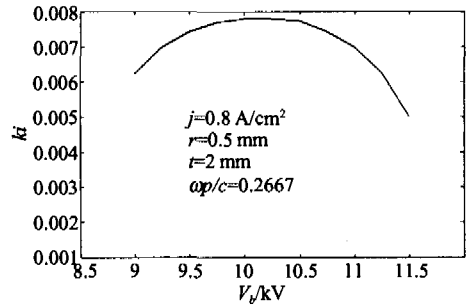


图 14 不同注电压对归一化线性空间增长率的影响  
Fig. 14 The influences of the different voltages on normalized linear space growth rate

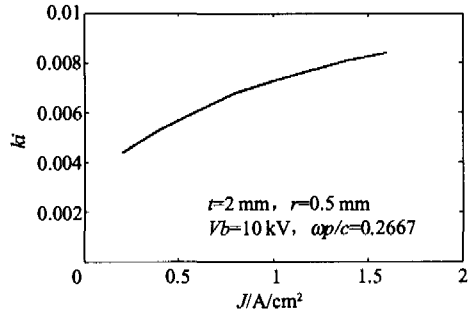


图 15 不同电流密度对归一化线性空间增长率的影响  
Fig. 15 The influences of the different current densities on normalized linear space growth rate

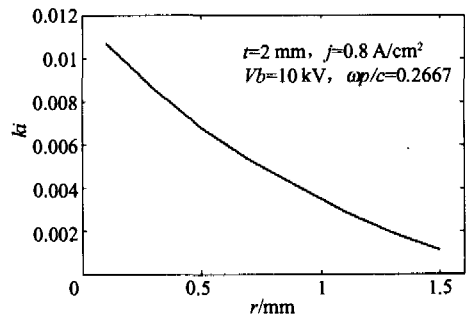


图 16 不同注-栅分隔距离对归一化线性空间增长率的影响  
Fig. 16 The influences of the different spaces between beam and grating on normalized linear space growth rate

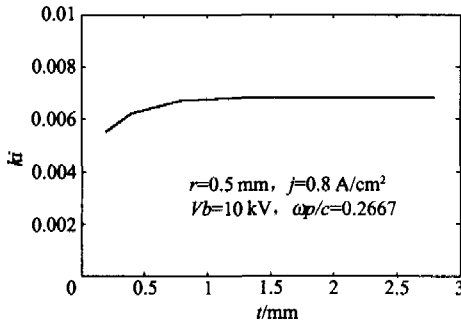


图 17 不同电子注厚度对归一化线性空间增长率的影响

Fig. 17 The influences of the different beam-thicknesses on normalized linear space growth rate

强了;从图 16 知,归一化线性空间增长率随注栅分隔距离的增大而减小,这是因为轴向电场  $E_z$  是表面波,在栅表面时场强最强,远离栅表面后,场强呈指数衰减,所以随着注栅分隔距离的增大,注-波相互作用减弱,归一化线性空间增长率减小;从图 17 知,归一化线性空间增长率随电子注厚度的增大先缓慢增大,后达到饱和,这是因为随着电子注厚度的增大,参与注-波相互作用的电子数目增加,注-波相互作用增强,但是,当电子注厚度达到某一数值时,一方面增加的电子所处的轴向电场  $E_z$  已趋于 0,不再发生注-波相互作用,另一方面电子注呈现导体特性,对其内部的场起屏蔽作用,因而,归一化线性空间增长率呈现先缓慢增大,后达到饱和的变化趋势。

### 5.3 慢波结构几何尺寸对相互作用的影响

不同槽深、不同栅周期对相互作用的影响如图 18、图 19 所示。

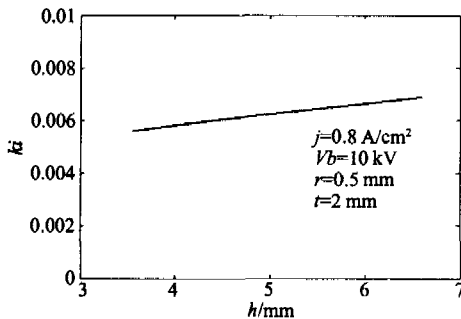


图 18 不同槽深对归一化线性空间增长率的影响

Fig. 18 The influences of the different groove-depths on normalized linear space growth rate

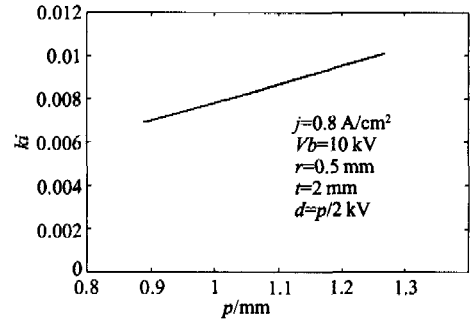


图 19 不同栅周期对归一化线性空间增长率的影响

Fig. 19 The influences of the different grating-periods on normalized linear space growth rate

从图 18、图 19 得到:归一化线性空间增长率分别随槽深和栅周期的增大而增大。

## 6 结论

本文对带状束矩形栅行波管进行了全面的分析,不仅用较精确的方法求得了色散关系和耦合阻抗,而且运用线性理论模型,导出了“热”色散方程,并进行了数值计算和实验研究,取得了理想的结果。为带状束矩形栅行波管的设计奠定了基础。

## REFERENCES

- [1] JIA Yun-Feng, LAI Guo-Jun, LIU Pu-Kun. The simulation and design of the Ka-band cyclotron traveling wave tube amplifier [J]. *J. Infrared Millim. Waves.* (贾云峰, 来国军, 刘濮鲲. Ka 波段基波回旋行波管放大器的模拟与设计. *红外与毫米波学报*), 2005, 24(5): 386—389.
- [2] WANG Guan-Jun, GONG Yu-Bin, LU Zhi-Gang, et al. High frequency characteristics of rectangular waveguide grating [J]. *High Power Laser and Particle Beams.* (王冠军, 宫玉彬, 路志刚, 等. 矩形栅慢波系统的高频特性分析. *强激光与粒子束*), 2005, 17(8): 1137—1140
- [3] Collin R E. *Foundations of Microwave Engineering* [M]. New York: McGraw-Hill, 1966.
- [4] McVey B D, Basten M A, Booske J H, et al. Analysis of rectangular waveguide-gratings for amplifier applications [J]. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1994, 1(42): 995—1003.
- [5] Joe J, Scharer J E, Booske J H, et al. Wave dispersion and growth analysis of low voltage grating Cherenkov amplifiers [J]. *Phys. Plasmas*, 1994, 1(1): 176—188.
- [6] Joe J, Louis L J, Scharer J E, et al. Experimental and theoretical investigations of a rectangular grating structure for low-voltage wave tube amplifiers [J]. *Phys. Plasmas*, 1997, 4(1): 2707—2715.