

一种新型自适应天线的空间谱估计性能分析*

蒋泽^{1,2)} 杜惠平²⁾ 阮颖铮¹⁾

⁽¹⁾电子科技大学电子工程学院,成都,610054;

⁽²⁾重庆邮电学院光电工程学院,重庆,400065)

摘要 利用菲涅尔区相位修正聚焦结构和馈源阵列构成一种新型的多波束自适应天线. 本文深入分析了基于该天线的阵列输出特性,与基于均匀线形阵的空间谱估计技术比较的基础上,揭示了其良好的去相关性. 最后应用极大似然估计算法实现了相干信号源在大角度入射的情形下,菲涅尔平板天线对来波方向的有效估计,从而避免了应用 MUSIC 算法进行来波方向估计时所遇到的观察区域的限制问题. 仿真计算的结果表明菲涅尔平板天线良好的空间谱估计性能.

关键词 菲涅尔相位修正平板,空间谱估计,极大似然估计,克拉美-罗界.

PERFORMANCE ANALYSIS ON THE SPATIAL SPECTRUM ESTIMATION OF A NOVEL ADAPTIVE ANTENNA *

JIANG Ze^{1,2)} DU Hui-Ping²⁾ RUAN Ying-Zheng¹⁾

⁽¹⁾ College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

⁽²⁾ College of Electronic Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract A novel multi-beam adaptive antenna is constructed by means of Fresnel zone phasecorrecting focusing configuration and feeding-array. The statistical characteristic of feeding-array output and the ability for resolving coherent signals of this new adaptive antenna are analyzed by comparison with that of the uniform spaced linear array using spatial smoothing techniques for coherent signal identification. Then, the maximum likelihood function approach is exploited to perform the efficient estimation in the direction-of-arrival(DOA) under wide-angle multiple coherent signals incident, and to avoid the problems of the inherent field of view coming from MUSIC algorithm for bearing estimations. The result of simulation shown the good spatial spectrum estimation performance of the FZP antenna.

Key words fresnel zone phase-correcting plate(FZP), spatial spectrum estimation, maximum likelihood estimation, cramer-rao bound(CRB).

引言

近年来,自适应阵列天线及其在雷达、遥感和无线通信等领域中的应用研究已得到了长足的发展. 其中,基于对空间来波信号方向(DOA)的估计及其应用研究^[1-3],因其重要的理论意义和工程实际意义,在全球范围内得到了广泛的重视. 然而,从现有的研究成果来看,传统的研究兴趣主要集中在对阵列输出的信号处理算法上,并突出地表现为以均匀直线阵列模型为基础,基于信号时域特征结构的应

用,进而极大地寻求估计性能的最优化. 有关结果表明,它们难以在算法稳健性及其复杂度方面求得平衡. 事实上,作为对自适应阵列天线的研究,其内容本身应包括对阵列构型及其自适应算法研究这两个既相互联系而各自具有其自身特性的两个方面,并进一步考虑与其特定应用环境的融合.

文献[6]中提出了一种基于菲涅尔区相位修正聚焦结构的多波束自适应天线,并在接收和发射两种工作状态下对其性能进行了计算机模拟. 文献[4,5]对 FZP 天线的阵列输出特性进行了较为深入

* 重庆市教委科技基金(批准号 001701)资助项目
稿件收到日期 2002 - 04 - 24,修改稿收到日期 2002 - 09 - 16

* The project supported by the Chongqing Education Committee Science Foundation(No. 001701)
Received 2002 - 04 - 24, revised 2002 - 09 - 16

的分析,并利用空间谱估计的多重信号分类法(MUSIC)研究了基于 FZP 结构的波达方向估计问题. 通过与相同阵元数目的均匀直线阵列(ULA)的比较表明:一方面,当空间来波信号不相关时,可以灵活地利用 FZP 的部分子阵来获得在相同的阵元结构下,ULA 的估计效果;另一方面,当空间来波信号为部分相关或相干信号时,传统的 MUSIC 算法对 ULA 失效. 相反,对于 FZP 聚焦结构而言,即使在这样的情况下,只要来波信号具有一定的空间隔离度,通过利用在各个馈源子阵分别估计的方法,仍能够实现对相关来波的方向估计. 换言之,对 MUSIC 算法而言,FZP 模型较 ULA 模型有更宽的适应性(feasibility). 尽管如此,随着应用环境的不同,如存在大角度来波信号(室内电波传播常见的情形)时,由于 FZP 聚焦结构固有的观察区域(FOV)限制,使得 MUSIC 算法对其 DOA 估计亦失去效力. 这一问题虽可利用 FZP 阵列的办法得到一定程度的解决,但阵列结构的复杂性以及由此造成的各个通道的不一致,最终势必增加信号处理的复杂度. 此外,当空间来波信号为部分相关或相干信号时,文献[4]中用各个馈源子阵分别对应来波区域进行预聚焦的估计方法,在实际应用中更是难以实现. 基于此,本文在分析了非涅尔区聚焦结构特点的基础上,进一步揭示了其去相关的机理. 建立了其基于极大似然方法的波达方向估计模型,并进行了其空间谱估计性能分析. 仿真计算和有关文献数值分析结果比较表明了该自适应天线良好的空间谱估计性能.

1 FZP 天线聚焦场分布的特点

基于不同的非涅尔区相位修正结构设计,可以实现各种形式的 FZP 天线. 以图 1 中所示的半波修正二维 FZP 反射面天线为例,设垂直极化的入射平面波以角度 (θ, φ) 入射. 由于该结构具有旋转对称性,故不失一般性,可以只考虑 xoz 平面内的来波情形. 利用图示几何关系,磁场强度矢量为 $H = (-e_x \cos\theta + e_z \sin\theta) H_0 \exp(jk_0 x \sin\theta)$, H_0 为幅度因子, k_0 为波数. 应用物理光学法,经过一系列的推算可得到其焦平面上任意场点处的聚焦场分布为

$$E(x, y, F) = e_y \frac{H_0 Z_0 \cos\theta}{\pi k_0} \sum_i \exp(j\varphi_i) \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{a_i}^{a_{i+1}} [A + BC] e^{jk_0 x' \sin\theta} \frac{e^{-jk_0 R}}{R^5} d\rho d\varphi \right\}, \quad (1)$$

式(1)中 $A = 2R^2(1 + jk_0 R)$, $B = (x - \rho \cos\varphi)^2 + z^2$, $C = (1 + jk_0 R)(3 + jk_0 R) + jk_0 R$; F 为观察点到 $z = 0$

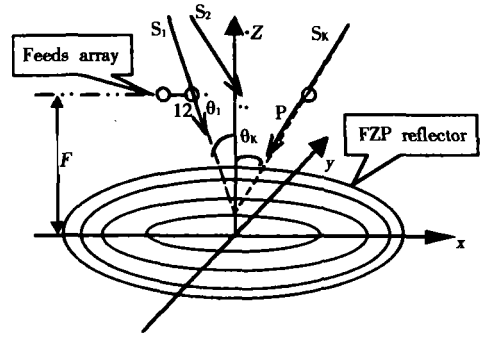


图 1 基于 FZP 反射面结构的多波束天线模型
Fig. 1 MBA model with FZP reflector configuration

平面的距离,当观察点处于焦平面上时,该距离即为焦距 f ; Z_0 为自由空间中的波阻抗,为计算方便,取 $H_0 Z_0 = 1$. $\pm a_i = \sqrt{\frac{2if\lambda}{P} + \left(\frac{i\lambda}{P}\right)^2}$, $\varphi_i = (i-1)k_0\lambda/P$ ($i = 1, 2, \dots, I$, 为非涅尔区序号)分别表示各非涅尔区域的边界及相位修正量, P 为相位修正因子,对半波修正, $P = 2$. λ 为电磁波的工作波长, f 为 FZP 聚焦结构的设计焦距. 式(1)表明,来波信号的空间谱经 FZP 聚焦结构的作用后,压缩映射为 FZP 天线聚焦场分布这一变换域的形式. 因此,基于聚焦场分布这一变换域中的空间谱分析,就有可能恢复来波信号的方向信息. 进一步的数值分析表明文献[6], FZP 聚焦结构有着良好的偏轴扫描特性,即当平面波偏离设计聚焦方向斜入射时,散射场在关于入射方向对称的另一侧能形成一个新的焦点,且新焦点处聚焦场幅度变化不大. 同时,当入射角度在一定范围内变化时,聚焦场波束的主瓣位置与入射角度间呈准线性关系,主瓣电平略有下降. FZP 天线对来波空间谱的这一物理聚焦变换,与人们处理时域相干的宽带来波信号时常用的频域数字聚焦技术文献[7]相似. 因而可以预期, FZP 聚焦结构对于处理时域相干的空间弥散来波信号具有潜在的优越性.

2 FZP 天线的信号处理模型

设 FZP 系统位于信号源的辐射远区. 在焦平面上以均匀间隔 d 沿 x 轴方向排列关于 z 轴对称的 p 元均匀直线阵列作为馈源阵列. 在无噪声情形下,若一个单位振幅窄带平面波以入射角(与 FZP 反射面法线的夹角) θ 入射时,经 FZP 反射面产生的沿馈源阵列(x 轴)合成聚焦场分布为

$$f(x, \theta) = a(x, \theta) e^{j\phi(x, \theta)}, \quad (2)$$

式(2)中 $a(x, \theta)$ 和 $\phi(x, \theta)$ 分别为合成聚焦场的幅

度分布和相位分布,由 FZP 反射面的相位修正量 P 、口径直径 D 及设计焦距 f 等参数所确定. 式(2)表明,FZP 聚焦结构将 θ 方向来波信息(幅度、方位等)映射为焦平面上特定的聚焦场分布 $f(x, \theta)$,而这种映射关系则唯一地由 FZP 聚焦结构的几何特性所确定.

利用 p 元均匀直线馈源阵列对这一合成聚焦场分布进行采样,可以产生在各馈源位置 (x_1, \dots, x_p) 处的输出信号,即数据矢量

$$F(\theta) = [f_1(\theta) \dots f_p(\theta)]^T = [a_1(\theta) e^{j\phi_1(\theta)} \dots a_p(\theta) e^{j\phi_p(\theta)}], \quad (3)$$

式(3)中,各分量的下标 $(1, 2, \dots, p)$ 对应于馈源阵列中各馈源序号,按馈源位置顺序排列.

设中心频率为 ω_0 的 k (假设 $k < p$) 个窄带平面波 $s(t)$ 从方向 $\{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ 入射到 FZP 反射面,则第 l 个馈源输出 $x_l(\tau)$ 由入射平面波来波方向 $\{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ 及其在该馈源所在位置处形成的合成聚焦场 $f_l(\theta)$ 所决定,且有

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^k f_l(\theta_i) e^{j\omega_0 t} s_i(t) + n_l(t), \quad (4)$$

式(4)中 $n_l(t)$ 为第 l 个通道内均值为零,方差为 σ_n^2 的平稳高斯白噪声. 对各馈源输出下变频滤波后,整个馈源阵列的输出可以表示为矢量形式

$$X(t) = G(\theta)S(t) + N(t), \quad (5)$$

式(5)中 $S(t) = (s_1(t) \dots s_k(t))^T$, $X(t) = (x_1(t) \dots x_k(t))^T$, $G(\theta)$ 为 $p \times k$ 阶的阵列信号响应矩阵. 从式(5)出发,我们可看到 FZP 聚焦结构的去相关作用. 为此,对 $f_l(\theta_i)$ 作傅里叶级数展开

$$f_l(\theta_i) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} w_n(l) e^{jn\alpha\theta_i}, \quad (6)$$

式(6)中, $\alpha = 2\pi d/\lambda$. 馈源阵列输出的协方差矩阵为

$$R = E\{XX^H\} = WB(\theta)R_S B^H(\theta)W^H + \sigma_n^2 I_N, \quad (7)$$

式(7)中 $R_S = E\{SS^H\}$ 是信号协方差矩阵, W 为 $p \times M$ (M 为级数项数)展开系数矩阵, B 为由矩阵元 $e^{jn\alpha\theta_i}$ 构成的 $M \times K$ 信号响应矩阵. 当 θ 较小时,如 $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$ 的情形,此时利用近似关系 $\theta \approx \sin\theta$,并由矩阵的分块乘积性质得到

$$R = \sum_{q=1}^Q [C_{1q} R_S C_{1q}^H + C_{2q} R_S C_{2q}^H], \quad (8)$$

式(8)中 $C_{1q} = W_q^* A(\theta) (D^{qN})^*$, $C_{2q} = W_q A(\theta) D^{qN}$, Q 为块矩阵数, W_q 为由傅里叶展开系数构成的 $p \times p$ 阶系数矩阵,

$$A(\theta) = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_k)],$$

$$a(\theta_k) = [1, e^{j\beta_k}, \dots, e^{j(p-1)\beta_k}],$$

$$\beta_k = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta_k,$$

$D = \text{diag}[e^{j\beta_1}, e^{j\beta_1}, \dots, e^{j\beta_K}]$. 式(8)与文献[7]基于 ULA 的相干源信号处理中,使用的前后向平滑技术相似,这就是 FZP 聚焦结构的去相关原理.

3 基于 ML 算法的波达方向估计

通过以上分析表明,当来波信号入射角度较小时,FZP 结构表现出良好的去相关作用,从而使得传统的 MUSIC 算法较之 ULA 有更好的适应性^[4]. 但随着 θ 的逐渐增大,馈源阵列输入 SNR 降低,其去相关能力已不明显. 因此,为了处理大角度相干及非相干来波的情形,我们需要寻求更加有效的一致性处理算法.

我们知道,在统计信号处理系统中,极大似然估计是有效的一致性估计. 虽然极大似然估计需要处理多变量的非线性优化问题,但其性能优于 MUSIC 及 ESPRIT 等基于子空间的高分辨处理技术. 基于此,本文将用 ML 算法来实现 FZP 天线的 DOA 估计. 在高斯白噪声的假设下,这一问题可以表示为在 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 的约束范围内,求下列代价函数的极小值^[7]

$$\hat{\theta} \arg \min_{\theta} \text{tr}[P_{G(\theta)}^\perp \hat{R}], \quad (9)$$

式中 \hat{R} 是协方差矩阵 R 的极大似然估计,

$$P_{G(\theta)}^\perp = I - P_{G(\theta)} = I - G(\theta)(G^H(\theta)G(\theta))^{-1}G^H(\theta), \quad (10)$$

从式(9)出发,我们利用 MatLab 内建的基于 Nelder-Mead 单纯形算法的优化工具包 fmins 进行了相关的仿真计算. 为了避免人为确定初始猜测值时

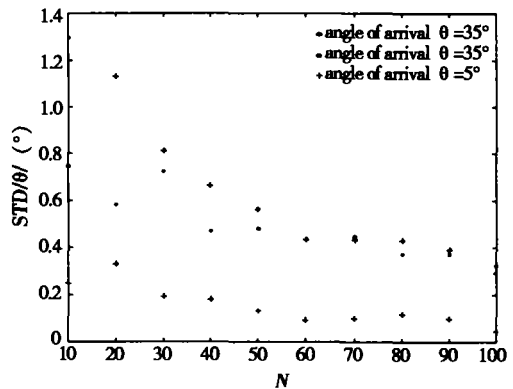


图2 角度估计标准差与快拍数的关系
Fig.2 STD (Standard deviation) of bearing angle estimates as a function of N (Number of snapshots) for SNR = 10 dB and $d = 0.45\lambda$

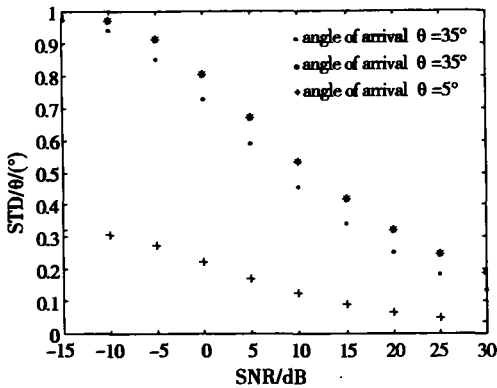


图3 角度估计标准差与信噪比的关系
Fig.3 STD (Standard deviation) of bearing angle estimates versus SNR (Signal to Noise Ratio) for $d = 0.45\lambda$ and $N = 100$

可能遇到的困难,同时也为了进一步提高估计性能,在实际搜索过程中,我们应用基于一维搜索的交替投影技术^[7],即以经过若干次交替投影的迭代运算后得到的结果,作为多维并行搜索的初值. 这样一方面解决了单纯的交替投影技术可能形成局部化极值的问题,另一方面也可减少多维并行搜索的计算开销. 图2~图4为对 $\theta = [-35^\circ, 5^\circ, 35^\circ]$ 的3个来波的一组计算机模拟结果,其中来波信号1与3相干,来波信号2与1及3的相关系数为 $\exp(j0.8)$. FZP天线参数为:FZP反射面直径 $D = 16\lambda$,焦距 $F = 8\lambda$,相位修正因子 $P = 4$,馈源阵元数 $p = 6$. 图2中,各信号的SNR = 10dB,阵元间距 $d = 0.45\lambda$. 从中可以看出,随快拍次数的增加,估计的标准差(Standard Deviation, STD)渐进减小,这与ML估计的一般特性是一致的. 同时与文献[6]的相关研究比较发现,与ULA相比,FZP聚焦结构有两个显著

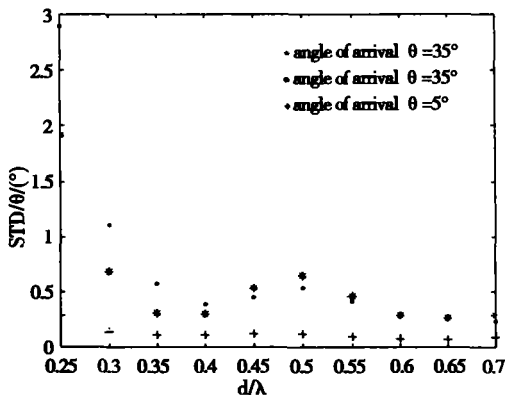


图4 标准差与阵元间距之间的关系
Fig.4 STD (Standard deviation) of bearing angle estimates versus d/λ (Space of sensors) for SNR = 10 dB and $N = 100$

的特点:其一是只需较少的快拍数据就能获得ULA需对较多的快拍数据的处理才能达到的估计效果;其二表现为对来波信号空间隔离度的要求远低于ULA时的情况从而使我们可以应用其这一特点来有效的处理由于局部散射而形成的多径相干来波信号的辨识问题. 图3说明了随着SNR的增加,估计的标准差一致性减小,其中取快拍数为 $N = 50$,阵元间距 $d = 0.45\lambda$. 图中 5° 来波信号的STD明显小于其余两个相干来波信号的情形,该点可看作是信号自身的特点和FZP聚焦结构共同作用的结果. 图4为STD与阵元间距之间的关系,其中取快拍数 $N = 50$,各信号的SNR = 10dB. 当阵元间距 $d < 0.5\lambda$ 时,STD较大,对大角度来说尤其如此. 这是由于大角度对聚焦设计区域的极度偏离造成了其相应阵列输入SNR的急剧下降而形成的. 另一方面,从 \hat{R} 的特征结构来看,此时已具有近奇异性,因而对来波信号的扰动较为敏感. 随着阵元间距 d 的增加,各来波信号DOA估计的STD得到改善. 但当 $d > 0.65\lambda$ 时,随着 d 的增加,STD呈增加的趋势,这一特点一方面可看成是馈源阵列模糊性的表现,另一方面,随着阵元间距的增加,各阵元逐渐偏离设计聚焦区域. 因此,即使在小角度来波的情形下,亦造成了阵列输入SNR的降低,因而必然使STD增大. 由此说明,将馈源阵列和FZP聚焦结构相结合,对FZP天线进行进一步的优化设计以促进其工程实际应用,是非常必要的.

4 性能分析

由于空间谱估计是基于有限次观察得到的样本数据中对多个变量的估计,且这些观察数据通常已

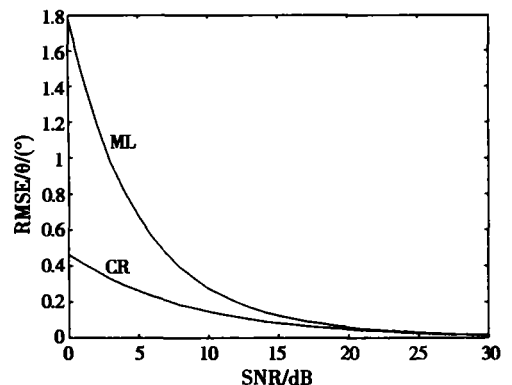


图5 角度估计均方根差与SNR(dB)的关系
Fig.5 Root-mean-square error (RMSE) as a function of SNR with $N = 100$ and $d = 0.5\lambda$, the Cramer-Rao bound (CRB) is also depicted

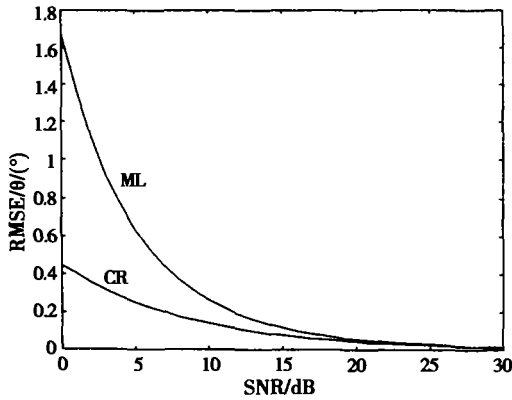


图6 均方根差与 SNR(dB)的关系

Fig.6 Root-mean-square error (RMSE) as a function of SNR with $N = 100$ and $d = 0.5\lambda$, the Cramer-Rao bound (CRB) is also depicted

被噪声所污染,因此保证估计的有效性和一致性是非常重要的.估计误差主要来源于有限次取样数引起的,此外还有各种算法本身的影响,以及由于算法自身要求的一些假设在实际应用中不能得到满足,如天线阵元的位置误差、各通道传输特性(幅相特性及传输时延等)的不一致性与不稳定性等.

根据统计信号处理理论,在各次观察数据间为相互独立的高斯平稳随机变量的条件下有

$$[CRB\{\theta\}] = \frac{1}{M} \left[\text{tr} \left\{ \frac{\partial R}{\partial \theta} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial \theta} R^{-1} \right\} \right]^{-1}, \quad (11)$$

式(11)中 M 为取样样本数.当 M 较大时,式(10)可进一步表示为^[8]

$$C_{CR} = \frac{\sigma_n^2}{M} \left\{ \text{Re} [H \otimes R_s^T] \right\}^{-1}, \quad (12)$$

式(12)中 $\text{Re}x$ 表示 x 的实部, $A \otimes B$ 表示矩阵 A 、 B 的哈达码 (Hadamard) 乘积, $H = D^H P_{G(\theta)}^\perp D$, $D = [d(\theta_1) \cdots d(\theta_k)]$, $d(\theta_i) = dG(\theta)/d(\theta)|_{\theta=\theta_i}$. 在渐进近似的条件下 ($M \gg 0$), ML 估计误差为具有零均值的联合高斯分布,其协方差矩阵为

$$C_{ML} = \frac{\sigma_n^2}{2M} \left\{ \text{Re} [H \otimes R_s^T] \right\}^{-1} \cdot \text{Re} [H \otimes (R_s + \sigma_n^2 (G^H(\theta) G(\theta))^{-1})^T] \cdot \left\{ \text{Re} [H \otimes R_s^T] \right\}^{-1}. \quad (13)$$

下面我们主要考察在有限次采样的条件下, FZP 天线应用 ML 算法得到的估计参量的统计均方误差及 CRB 随输入信号 SNR 的变化规律. 设馈源阵列为 $p = 3$ 的均匀直线阵,阵元间距 $d = \frac{\lambda}{2}$,其它参数同前,样本数 $N = 100$,来波信号入射角度为 0° 和 30° . 图 5 和图 6 分别表示 0° 和 30° 来波信号相

关(相关系数为 $\exp(j0.8)$)和独立的情况下, 30° 来波的角度均方根误差和信噪比的关系. 从图中可以看到, $C_{ML} \geq C_{CR}$, 这是由极大似然估计自身的性质所确定的.

虽然如此,与基于 ULA 的情况相比^[7],随着 SNR 的增加,其渐近 CRB 的速度更快. 此外,对于相干信号源的情形,基于 ULA 的估计性能下降较快,而 FZP 结构对此并不敏感,即是说基于 FZP 结构的 ML 算法具有较强的稳健性.

5 结语

从 FZP 聚焦结构的特性出发,利用 ML 算法实现了 FZP 天线波达方向的有效估计,相关模拟计算结果表明了所设计理论分析模型的正确性.

REFERENCES

- [1] Cadzow J. A. A high resolution direction-of-arrival algorithm for narrow-band coherent and incoherent sources. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1988, **36**(7): 965—979
- [2] Agrawal M, Prasad S. A modified likelihood function approach to DOA estimation in the presence of unknown spatially correlated gaussian noise using a uniform linear array. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2000, **48**(10): 2743—2749
- [3] YIN Qin-Ye, YAO Min-Li. Uplink separation and DOA estimation method for multi-user correlated signals in smart antenna system. *J. of China Institute of Communications* (殷勤业,姚敏立. 智能天线系统中上行多用户相干信号的分离与 DOA 估计方法研究. *通信学报*), 2000, **21**(5): 12—17
- [4] WU Gang, DU Hui-Ping, LI Xiao-Lin. DOA estimation using multiple-beam antenna with fresnel zone phase correcting plate focusing configuration. *Chinese Journal of Radio Science* (武刚,杜惠平,李校林. 用菲涅尔区聚焦多波束天线实现来波方向估计. *电波科学学报*), 1999, **14**(3): 341—346
- [5] DU Hui-Ping, WU Gang, ZHAO Wei-Liang. Analysis on the Array Output of A Novel Adaptive Antenna. *J. of Electronics & Information Technology* (杜惠平,武刚,赵为粮. 一种新型自适应天线的阵列输出特性分析. *电子与信息学报*), 2001, **23**(8): 778—784
- [6] DU Hui-Ping. A new multibeam adaptive antenna based on the fresnel zone phase correcting antenna. *Chinese Journal of Radio Science* (杜惠平. 基于菲涅尔区修正结构的多波束自适应天线. *电波科学学报*), 1999, **14**(1): 116—120
- [7] LIU De-Shu, LUO Jing-Qing, ZHANG Jian-Yun. *Spatial Spectral Estimation and Its Applications*. Hefei: Published by University of Science & Technology of China Press (刘德树,罗景青,张剑云. *空间谱估计及其应用*. 合肥: 中国科学技术大学出版社), 1997